

文章编号: 1000-7598-(2000)03-0201-04

自适应网格加密求解洞室围岩塑性区

王建华, 钟俊彬, 陈振建

(上海交通大学土木建筑工程系, 上海 200030)

摘要: 在弹塑性交界面上存在应力跳跃。将应力跳跃值作为加密网格的准则, 不仅可使应力计算精度大幅度提高, 而且可求出塑性区的形状。针对塑性区求解这一具体问题, 提出了一种修正的网格加密准则。通过改变影响围岩塑性区的几个主要影响因素, 进行了大量的数值计算, 结果表明所提出的修正加密准则能正确地求出围岩塑性区的形状和大小。

关键词: 塑性区求解; 洞室; 自适应网格加密; 弹塑性问题

中图分类号: TU 457 文献标识码: A

作者简介: 王建华, 男, 1959 年生, 教授, 现从事岩土工程数值方法和桩基沉降研究。

Determination of plastic zones of a cavern by adaptive enriched meshes

WANG Jian-hua, ZHONG Jun-bin, CHEN Zhen-jian

(Dept. of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: There is a stress jump on the interface between the elastic and the plastic zones. Using the stress jump values as mesh refinement criteria, one can not only greatly improve the accuracy of the stresses calculated but also solve the form of plastic zone. For the specific problems of tracing the interface between the two zones, a modified mesh refinement criterion is presented. By changing several main factors that effect the shape and size of plastic zone, a lot of numerical computations are carried out. The results have shown that the criterion used in this paper is effective for determining the shape and size of the plastic zones of caverns.

Key Words: solution to plastic zone; caverns; adaptive mesh refinement; elastoplastic-plastic problems.

1 引言

自适应网格加密技术是利用有限元计算结果构造误差估计公式, 利用误差估计公式计算出区域内的误差分布, 在误差大的地方进行网格自动加密, 达到以较少的工作量获得较高的计算精度的目的。

目前误差估计方法应用较多的是 Z-Z 误差估计方法, 该方法在解决线性、均质问题中有许多成功的应用实例, 但在处理非均质、非线性问题时尚待进一步改进。在总结大量数值结果的基础上, 文中提出了一种修正的网格加密准则。运用这种加密准则求解围岩洞室塑性区有如下的优点: 所需单元数量少, 计算精度高, 并且稳定收敛, 加密后的最终网格能直观、清晰地得到塑性区的形状和大小。

NELCON(NC, NEL)—单元 NEL 的第 NC 个邻接单元; LEVEL(NEL)—单元 NEL 加密的层数; NN-ODE—总的结点数; NELEM—网格中总的单元数; NELGRP(i, IGR)— IGR 中第 i 个单元, 若大于零, 表示一个单元号, 小于零, 表示一个组。

采用图 1 所示的四边形与周围邻接单元的编号规则, 规定四边形单元的每条边不能多于两个单元与之

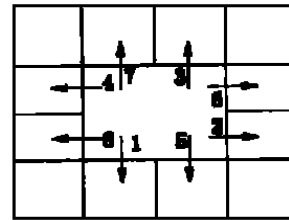


图 1 邻接单元编号
Fig. 1 Connections of element

2 网格加密算法及网格加密准则

2.1 基本数据结构^[1]

自适应网格加密所用到的基本数据结构如下:

NODES(j, NEL)—单元 NEL 的结点 j 全局编号; XCO($JCO, NODE$)—结点 $NODE$ 的全局坐标;

相连。网格细化过程如图 2 所示, 图 2(c)中若单元 F 需划分, 由于有上述规定, 则单元 C 必须先细化, 结果见图 2(d)。

收稿日期: 1999-05-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(批准号: 59879012)

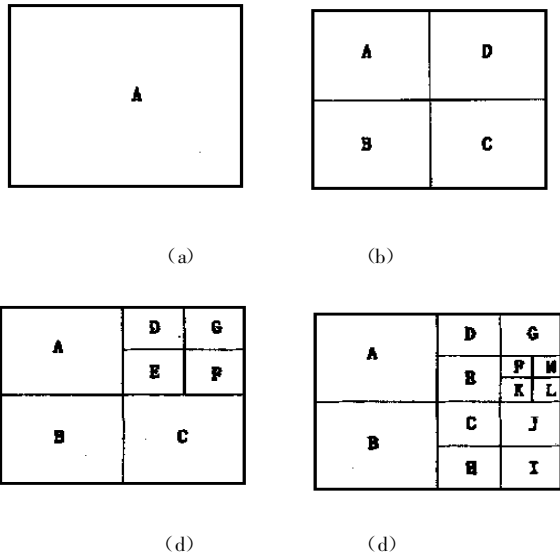


图 2 单元加密
Fig. 2 Element enrichment

2.2 网格加密算法^[1,2]

引入以下递归算法来加密网格:

SUBROUTINE DIVIDE(NEL1, NEL2)

单元细化子程序

NEL1: (输入)须细化的单元号。

NEL2: (输入)=NEL1, 则 NEL1 已被细化,

=NELO, 则 NEL1 在细化前须先细化 NWLO。

在单元细化子程序中, 生成新的单元号, 结点号, 结点坐标, 结点总数, 然后形成新单元的 NELCON 数值, 再修改邻接单元的 NELCON 数值。

2.3 加权网格加密准则^[3]

2.3.1 Zienkiewicz-Zhu 误差估计方法^[4]

Z-Z 方法采用以能量范数表示的误差估计, 并同应力光滑方法相结合。设有限元近似解位移为 $\hat{u}$, 应力为 $\hat{\sigma}$, 真实解为 u, σ , 则位移误差 e 和应力误差 e_σ 为

$$\begin{cases} e = u - \hat{u} \\ e_\sigma = \sigma - \hat{\sigma} \end{cases} \quad (1)$$

单元误差定义为

$$\begin{cases} \|e\|^2 = \int_{\Omega} e^T e d\Omega \\ \|e_\sigma\|^2 = \int_{\Omega} (e_\sigma)^T (e_\sigma) d\Omega \end{cases} \quad (2)$$

对整个网格, 有

$$\|e\|^2 = \sum_{i=1}^m \|e\|_i^2 \quad (3)$$

式中 m 为单元总数。

对于一般工程实际问题, 往往很难找到精确解, 对于线弹性问题, 可采用插值法, 即用与位移插值相同的形函数来插值。设结点应力为 $\bar{\sigma}^*$, 位移为 $\bar{u}$, 则有

$$\sigma^* = N\bar{\sigma}^* \quad (4)$$

又有

$$\int_{\Omega} N^T (\sigma^* - \sigma) d\Omega = 0 \quad (5)$$

式(4)代入式(5)可得

$$\bar{\sigma}^* = A^{-1} \int_{\Omega} N^T D S N d\Omega \quad (6)$$

式中

$$A = \int_{\Omega} N^T N d\Omega \quad (7)$$

所以

$$e_\sigma = \sigma^* - \bar{\sigma}^* \quad (8)$$

应力计算的相对误差定义为

$$\eta = [\|e_\sigma\|^2 / \|\sigma^*\|^2]^{1/2} \quad (9)$$

若计算误差以 η 表示, 给定的误差用 $\eta_{\max}$ 表示, 则计算退出的条件为

$$\eta \leq \eta_{\max} \quad (10)$$

假设误差在各个单元之间平均分布, 则有

$$\|e_\sigma\| \leq \eta_{\max} [\|\sigma_\lambda\|^2 / m]^{1/2} = e_{\max} \quad (11)$$

式中 $e_{\max}$ 为单元误差最大容许值; m 为单元总数; $\|\sigma_\lambda\|^2 = \|e_\sigma\|^2 + \|\sigma^*\|^2$ 。

定义:

$$\xi_i = \|e_\sigma\| / e_{\max} \quad (12)$$

为加密准则, 若 $\xi_i > 1$ 该单元应加密。

2.3.2 网格加密准则

由于 Z-Z 误差估计方法对弹塑性交界处应力梯度变化的反映不灵敏, 不能明显的跟踪出弹塑性区交界线。为研究弹塑性问题, 跟踪塑性区与弹性区的交界线, 对 Z-Z 误差估计的网格加密准则做以下修正^[3]。

(1) 采用绕节点平均法求单元光滑应力 $\bar{\sigma}^*$, 单元应力由增量法累加而得, 单元应力受应力路径的影响, 相应地单元光滑应力也就依赖于应力路径, 因此所得的误差反映了加载路径的影响。若要求单元 E 的光滑应力 $\bar{\sigma}_E^*$, 则应先求出其四个结点的应力, 结点的应力可由周围的单元应力平均而得, $\bar{\sigma}_E^* = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)/4$ 。

(2) 给弹性单元、塑性单元和弹塑性过渡单元赋予不同权重 γ , 使之能在弹塑性交界处细分网格, 从而跟踪出弹塑性区交界线。求单元权重的方法同上述绕节点平均法很类似, 先求单元结点的权重, 再求单元的权重。给塑性单元赋值 1, 弹性单元赋值 0, 结点权重由单元权重平均而得, 如结点 1, $\gamma_1 = (0 + 0 + 0 + 1)/4 = 0.25$, 同理可得 $\gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0.25$, 最后得到单元 E 的权重 $\gamma_E = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)/4 = 0.25$ 。应力计算的相对误差 η 可改为 $(1 + \gamma)\eta$, 以此作为网格细化的标准。注重到 γ 值有如下特点: 对于弹性单元, $\gamma = 0$; 对于周围没有弹性单元的塑性单元, $\gamma = 1$; 对

于弹塑性区交界处的单元, $0 < \gamma < 1$ 。当 $\gamma = 1$ 时, 令 $\gamma = 0$ 。通过上述方法的处理, 能够达到在弹塑性区交界处深度加密的效果。

3 数值计算结果

3.1 数值计算结果与理论解的比较

为验证程序的正确性, 将计算结果与厚壁圆筒的弹塑性理论解^[5] 进行比较。取厚壁圆筒内径 $a = 5\text{ m}$; 外径 $b = 15\text{ m}$; 受内压 $p = 20\text{ MPa}$; 屈服极限 $\sigma_s = 28\text{ MPa}$; 泊松比 $\nu = 0.3$; 弹性模量 $E = 30\,000\text{ MN/m}^2$, 解得各点处应力、位移值和塑性区半径 $c = 6.12\text{ m}$ 。图3为最终网格的计算应力与理论解的比较, 应力值为单元形心处的值, 与理论完全吻合。可见应力随着网格的逐级加密而逼近理论解, 提高了有限元解的计算精度。要达到同样的计算精度, 用常规有限元方法是难以想象的。

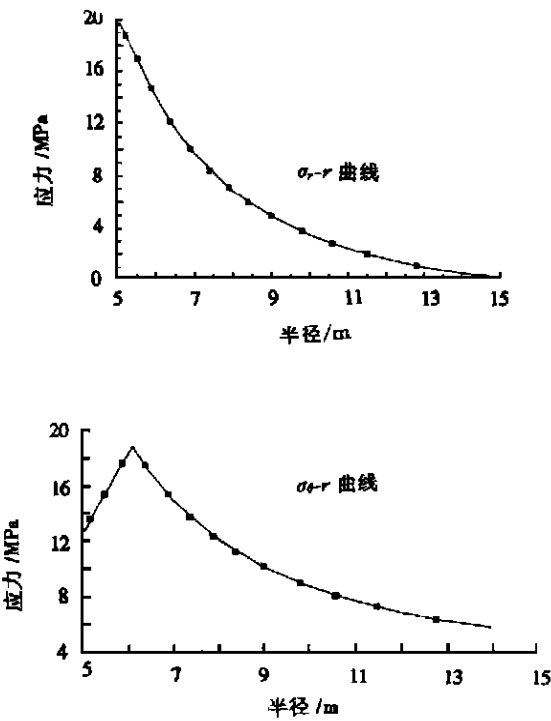


图3 计算应力与理论解的比较
Fig.3 Comparison between calculated stresses and theoretical values

3.2 地下硐室围岩塑性区的跟踪

文献[6]认为, 椭圆形是各种形状的地下空间塌落后的基本形状, (两轴相等则为圆形), 它的围岩应力分布及其变化规律具有普遍的代表意义。本文利用椭圆作为研究地下硐室开挖后塑性区变化规律的基本形状。

3.2.1 椭圆形硐室塑性区跟踪

假定 σ_{i1} 为水平方向的应力, σ_{i2} 为垂直方向的应

力, 主应力比 $\lambda = \sigma_{i1} / \sigma_{i2}$ 。椭圆短轴 $a = 5\text{ m}$, 长轴 $b = 6\text{ m}$; 轴比 $\beta = b / a = 1.2$ 保持不变; Mohr-Coulomb 准则的相关参数取为: 内摩擦角 $\varphi = 15^\circ$; 粘结力 $c = 15\text{ kPa}$; 弹性模量 $E = 30\,000\text{ kPa}$; 泊松比 $\nu = 0.3$ 。

受篇幅所限, 本文仅列出了 $\lambda = 0.75$, $\lambda = 1.0$ 和 $\alpha = 45^\circ$ 的计算结果(图4, 5, 6)。计算结果表明: ① 在垂直最大主应力方向和垂直最小主应力方向的洞壁附近的围岩中最有可能出现塑性区。但这两个塑性区应力变化性质是不一样的。前者, 由于最大主应力垂直洞壁产生较大的释放荷载, 它是向受拉状态发展的, 最大、最小主应力值都减小。随着释放荷载的增量增加, 从洞壁开始向围岩内可能出现拉应力, 产生拉裂破坏; 而后者洞壁附近的围岩有可能由于应力集中而产生塑性区, 最大主压应力发生应力集中现象, 最小主压应力减小很小, 甚至会增大, 这一带塑性区主要是受压的。应力的方向不一定总是水平和垂直的。② 主应力的

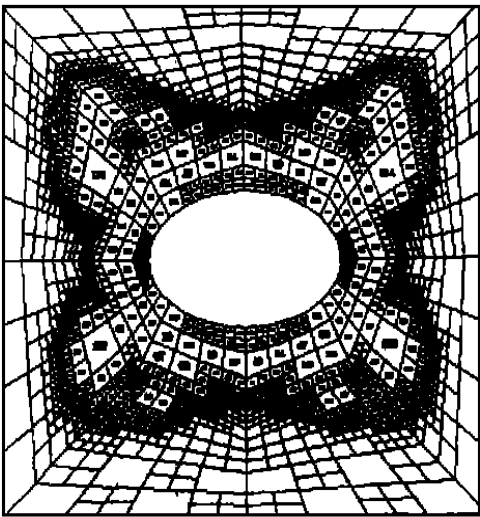


图4 椭圆($\beta = 1.2, \lambda = 0.75$)
Fig.4 Ellipse form

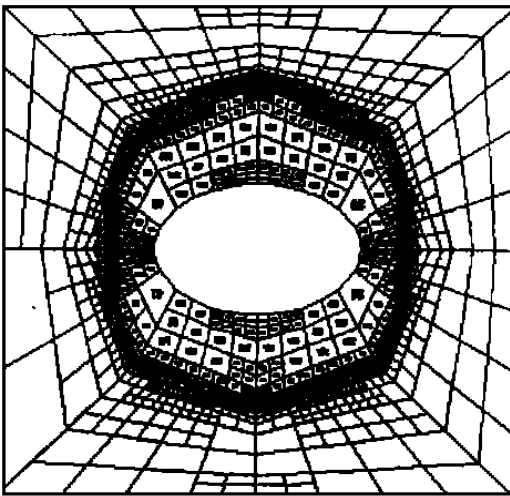


图5 椭圆($\beta = 1.2, \lambda = 1.0$)
Fig.5 Ellipse form

方向不同, 围岩中塑性区分布就不一样。改变角度后, 塑性区分布随角度的改变而变化。

3.2.2 其他形状洞室塑性区跟踪

对于其他形状洞室的塑性区, 采用本文提出的方法来跟踪也是有效的。图 7, 图 8 和图 9 分别显示了马蹄型洞室、圆形洞和正方形洞室的塑性区形状。

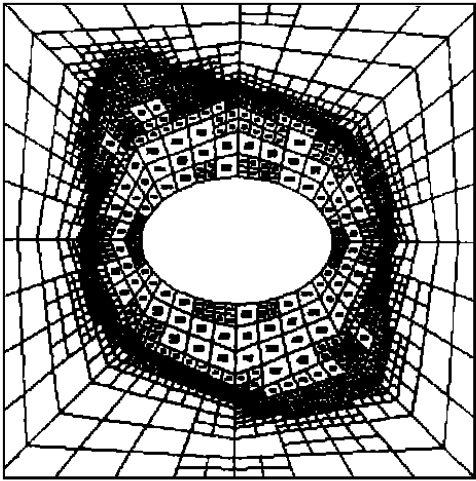


图 6 椭圆($\beta=1.2, \lambda=45^\circ$)
Fig. 6 Ellipse form

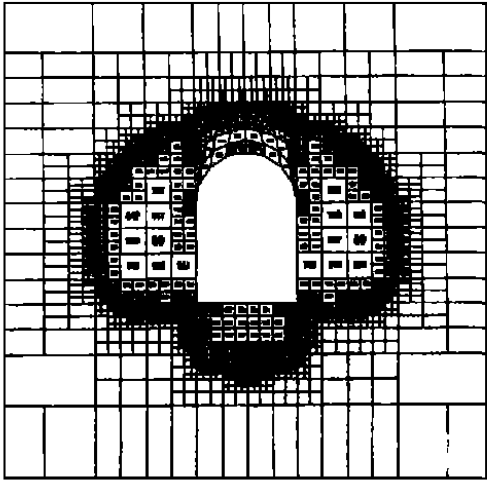


图 7 马蹄形截面
Fig. 7 Horseshoe form

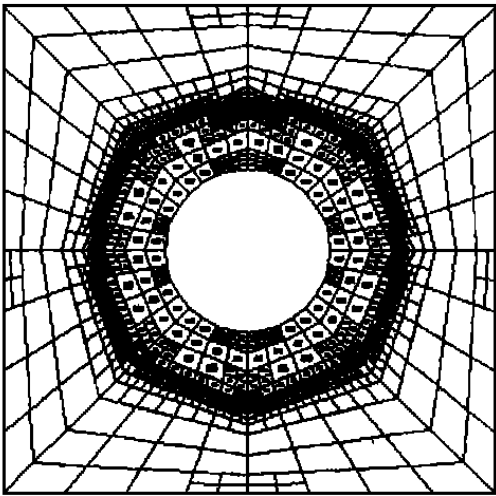


图 8 圆形截面
Fig. 8 Circle form

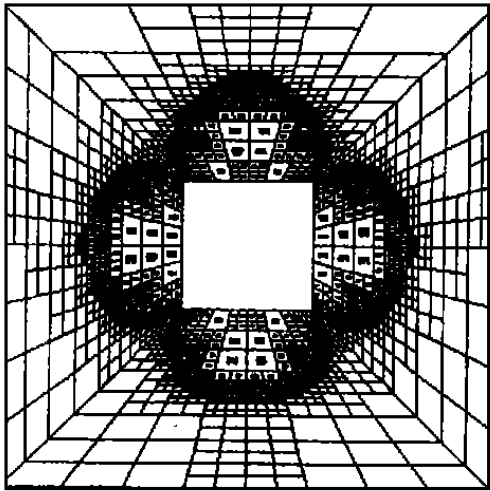


图 9 正方形截面
Fig. 9 Square form

4 结 论

通过以上的研究工作可以得出以下结论:

- (1) 利用自适应网格加密方法跟踪弹塑性区交界线是可行的, 网格加密结果直观明显, 所得弹塑性区交界线清晰可见, 计算精度高;
- (2) 本文提出的加权参数网格加密准则应用于求解围岩塑性区时具有效率高, 误差稳定收敛, 计算精度高的优点。

参 考 文 献

[1] Devloop P, Oden J J., Strouboulis T. Implementation of an adaptive refinement technique for the SUPG algorithms[J] .
?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

Computer methods in applied mechanics and engineering
1987, 61: 339~358.
[2] 王建华, 王卫中. 平面任意区域自适应网格生成技术[J] .
计算机辅助设计与图形学学报, 1997, 9(4): 16~21.
[3] 钟俊彬, 自适应网格加密及其在岩土工程中的应用[硕士学位论文 D] . 上海交通大学, 1999
[4] Zienkiewica. O C and Zhu J Z. A simple error setimator
and adaptive procedure for practical engineering analysis
[J] . Int. J. Number. Methods Eng. , 1987, 24(2): 337~
357.
[5] 杨桂通, 弹塑性力学[M] . 北京: 人民教育出版社, 1989
141~148.
[6] 于学馥, 于加, 徐骏. 岩石力学新概念与开挖结构优化设计[M] . 北京: 科学出版社, 1995. 104~112.